

УДК 577.3:/630.1

А. А. КОНОВАЛОВ

Институт проблем освоения Севера СО РАН, г. Тюмень

АНАЛИЗ СВЯЗЕЙ ПАРАМЕТРОВ ПРИРОДНЫХ СИСТЕМ

Предложен способ анализа связей между параметрами природных систем по их относительным показателям. Установлены и количественно оценены связи между параметрами климатических и биологических систем. Показан преимущественно полиномиальный или степенной характер этих связей, причем численные коэффициенты расчетных формул близки к пропорциям золотого сечения.

Ключевые слова: *природные системы, обобщение, фитопродукция, климат, древесные растения, золотое сечение.*

A technique is suggested for analyzing the connections between parameters of natural systems from their relative indicators. The connections between parameters of climatic and biological systems are ascertained and quantified. These connections are demonstrated to have a predominantly polynomial or power-law character, with the numerical coefficients of the computational formulas approaching the Golden Section proportions.

Keywords: *natural systems, generalization, phytoproduction, climate, woody plants, golden section.*

Эффективным инструментом анализа природных систем является приведение их характеристик к относительному (безразмерному) виду:

$$j = (x - x_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min}), \quad (1)$$

где x , x_{\max} и x_{\min} — текущее, максимальное и минимальное размерное значение наблюдаемого показателя.

С помощью выражения (1) все переменные заключаются в интервал значений 0–1, что резко сокращает объем данных для определения количественных связей между ними, позволяет сравнивать разноразмерные величины и делает полученные закономерности универсальными.

Такой подход широко используется при решении научных задач, в том числе при географических исследованиях [1–3]. В нашем случае он отличается тем, что численные коэффициенты эмпирических формул, описывающих связи компонентов природных систем, увязываются с обобщенными золотыми сечениями [4, 5].

МОДЕЛИ И МЕТОДЫ

Систему можно представить как сумму двух противоположностей — условной «пустоты» — Y и вещества — \check{Y} . Если выразить их в виде отношений к самой системе с любой размерностью, то $Y + \check{Y} = 1$. Подобный — дихотомический — подход ранее использовали В. С. Михеев и А. К. Черкашин [6] при моделировании природоохранных проблем, исходя из представления о ландшафте как целостном образовании в поле действия противоположных сил.

Но вещественная часть системы сама состоит из множества мелких частиц. Чтобы отразить индивидуальность, хотя бы в усредненном виде, вещественную часть системы \check{Y} определим через среднее геометрическое X из числа частиц n : $X = \check{Y}^{1/n}$. Тогда $\check{Y} = X^n$ и

$$X^n + Y = 1. \quad (2)$$

Формула (2) отражает противостояние двух начал Y и $\check{Y} = X^n$, под которыми можно понимать любые оппозиции, выраженные в относительном виде, например доминантные и субдоминантные растительные таксоны палиноспектров, климатические показатели теплого и холодного периодов [7], осадконакопление и денудацию, сушу и море и т. п. С увеличением X величина Y уменьшается, а в точках, где они сравниваются: $Y = X = \Phi = \text{const}$, система находится в равновесии со своими компонентами и с внешней средой. При этом формула (2) преобразуется в

$$\Phi^n + \Phi = 1. \quad (3)$$

Значения $\Phi = \Phi_n$, вычисленные с помощью (3) при разных целых $n \geq 1$, составляют последовательность: 1) 0,5; 2) 0,618; 3) 0,682; ...; 8) 0,812; ...; 27) 0,916; ...; 31) 0,923; ..., члены которой называются обобщенными золотыми сечениями (ОЗС) [4]. При $n > 1$ хорошее совпадение с точным решением дает его приближение [7, 8]

$$\Phi_n = (\Phi_{n-1})^z; z = 0,5^{1/n}. \quad (4)$$

ОЗС характеризуются двумя константами — основной (большей) Φ и дополнительной $1 - \Phi = \Phi^n$, существующими как дихотомии в режиме единства и противостояния. Например, для Φ_2 эти константы равны 0,618 и 0,382, для Φ_3 — 0,682 и 0,318 и т. д.; все они при $n > 1$ иррациональные числа. Значения Φ_n могут быть также выражены соотношением [8]

$$\Phi_n/1 = [(1 - \Phi_n)/\Phi_n]^{1/(n-1)} = \Phi_n. \quad (5)$$

Например, для $\Phi_8 = 0,81$: $0,81/1 = (0,19/0,81)^{1/7} = 0,81$. При $n = 2$ выражение (5) превращается в классическую «золотую» пропорцию или собственно золотое сечение (ЗС): $(\Phi_2/1) = (1 - \Phi_2)/\Phi_2 = 0,618$. Это наиболее часто встречающаяся пропорция близких к равновесию оппозиций в разных системах, обеспечивающая их максимальную упорядоченность (гармонию) [4, 5].

Пространство между $(1 - \Phi_n)$ и Φ_n на куполообразном графике «жизненного цикла» системы, включающего стадии молодости, зрелости и старости, соответствует стадии зрелости, которая характеризуется постоянной и минимальной скоростью деформации; живые системы на этой стадии обладают репродуктивной способностью [7, 8].

Взаимодействие частиц в природной системе часто сводится к противостоянию двух групп — доминантной и субдоминантной (деревьев и растительности нижних ярусов; суши и моря; зимы и лета, леса и степи; правых и левых, вообще любого большинства и меньшинства). Поэтому для установления закономерностей развития можно рассматривать взаимодействие только этих двух групп, а не всех частей в отдельности. Отсюда более частая встречаемость и высокая значимость для функционирования системы двухкомпонентного состава $n = 2$ с $\Phi_2 = 0,618 \approx 0,62$.

С увеличением числа частиц в системе увеличивается и количество разделительных линий, являющихся концентраторами напряжений. Это места (экотоны, побережья морей и рек, снеговая линия, фронт, межсезонья — весна и осень, границы между государствами и этническими автономиями, между материковыми плитами и т. д.) с наибольшими изменчивостью параметров и деформациями и, соответственно, с наименьшей устойчивостью. Чем меньше частиц в системе, тем меньше различного рода разделительных линий и больше устойчивость. Обратная величина числа частиц в системе $1/n$ может служить мерой устойчивости. Очевидно, что максимальная устойчивость достигается при $n = 1$, но в этом случае вещественная часть системы вырождается в сплошное жесткое («мертвое») тело, в котором отсутствуют взаимодействующие частицы. В результате этого утрачивается некая «квазиживая» сила, обеспечивающая способность системы к самоорганизации, под которой понимается согласованное (гармоническое) взаимодействие частиц, включающее самовосстановление параметров системы после деформации [4, 5, 8]. В механике аналогом этой силы является сила упругости, характеризующаяся модулем Юнга, равным напряжению, при котором линейный размер тела увеличивается вдвое [9].

Способность к самоорганизации, придающая любой системе сходство с «живой», появляется при $n > 1$ (в системе больше одной частицы, хотя бы на какую-то ее долю), достигает максимума при $n = 2$ (ср. с модулем Юнга) и затем, с дальнейшим ростом n , как и устойчивость, убывает.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Выделяются по крайней мере два варианта проявления ОЗС в природе. В первом (классическом) варианте — при рассмотрении сформировавшихся систем через соотношения частей целого согласно формуле (3) [4, 5, 8]. Приведем примеры.

Максимальные значения индекса сухости в обоих полушариях Земли приурочены примерно к 22-й параллели, на этой же широте в Северном полушарии наблюдаются и минимумы продукции растительного покрова и фитомассы [10]. Угловое расстояние этой параллели в Северном полушарии от Южного полюса Земли составляет $(90 + 22)/180 = 0,62$, от Северного — $(90 - 22)/180 = 0,38$.

Значения τ (время от начала года, мес), t ($^{\circ}\text{C}$), j_{τ} , j_t в Тобольске и Нумто

τ , мес	t , $^{\circ}\text{C}$	j_{τ}	j_t	τ , мес	t , $^{\circ}\text{C}$	j_{τ}	j_t
На подъеме в теплое время года				На спаде в теплое время года			
<i>Тобольск</i>							
3,75	0	0	0	7	18	0	0
4	1,8	0,08	0,07	8	15,4	0,30	0,14
5	9,1	0,38	0,51	9	9,5	0,61	0,47
6	15,8	0,69	0,88	10	0,8	0,91	0,91
7	18	1	1	10,3	0	1	1
<i>Нумто</i>							
4,95	0	0	0	7	15,5	0	0
5	0,2	0,02	0,01	8	12,4	0,36	0,20
6	10,5	0,51	0,68	9	6,4	0,71	0,59
7	15,5	1	1	9,8	0	1	1

Среднеширотная температура воздуха равна 16°C ; изолиния этой температуры проходит примерно по 35° с. ш. [11], эта линия делит угловое расстояние между экватором и Северным полюсом на две части: 0,39 и 0,61.

Пропорция распределения основных статей расхода воды, поступающей на сушу из атмосферы (осадки 73 см, полный сток 26 см, испарение 47 см [12]), также близка к величине ЗС: $47/73 = 0,64$; $26/73 = 0,36$.

Второй вариант ОЗС проявляется в соотношениях коэффициентов уравнений связей параметров. Приведем примеры.

1. Годовой цикл температуры воздуха в умеренном и холодном поясах состоит из двух меньших циклов (теплого и холодного), разделенных весенним и осенним нулями ($^{\circ}\text{C}$). В таблице приведены значения абсолютных t [13] и относительных j_t среднемесячных температур воздуха на подъеме и спаде теплового периода года, а также времени, размерного τ (месяцы от начала года) и безразмерного j_{τ} , на юге (Тобольск) и севере (пос. Нумто) Тюменской области. Безразмерные параметры вычислены по формуле (1). Отметим, что продолжительность теплового периода — около 6 месяцев в Нумто и 7,5 месяцев в Тобольске — соотносится с продолжительностью года ($6/12 = 0,5$ и $7,5/12 \approx 0,62$) как 1-й и 2-й члены ОЗС.

По данным таблицы построены графики зависимости j_t от j_{τ} (здесь не показаны) и найдены их аппроксимации (рис. 1) в форме полинома 2-й степени:

$$j_t = Aj_{\tau}^2 + Bj_{\tau} \approx Aj_{\tau}^2 + (1 - A)j_{\tau}, \tag{6}$$

где A и B — постоянные, причем для выпуклой кривой (на подъеме, см. таблицу) $A \approx -\Phi_2$; для вогнутой (на спаде) $A \approx \Phi_2$; в обоих случаях $B \approx 1 - A$. В предельном (стационарном) состоянии, когда $j_{\tau} = j_t = 1$, формула (6) превращается в формулу (3).

2. В [14] установлен количественный вид зависимости массы (m) древесной зелени (хвои и не одеревеневших побегов) и отдельно хвои сосны обыкновенной (*Pinus sylvestris*) от диаметра ствола сосны (d) в северной и средней тайге на территории Республики Коми. Это большое и репрезентативное исследование, базирующееся на обобщении результатов сотен измерений деревьев. Для выражения результатов известными средствами [14] понадобилось более десятка формул. Предлагаемый нами метод позволяет описать весь этот обширный материал одной формулой.

Для каждого варианта замеров по формуле (1) определяем относительные величины диаметра ствола $j_d = d/d_{\max}$ и массы зелени и хвои $j_m = m/m_{\max}$, где d и m — размерные значения диаметра ствола дерева (см) и массы зелени и хвои (кг/дерево),

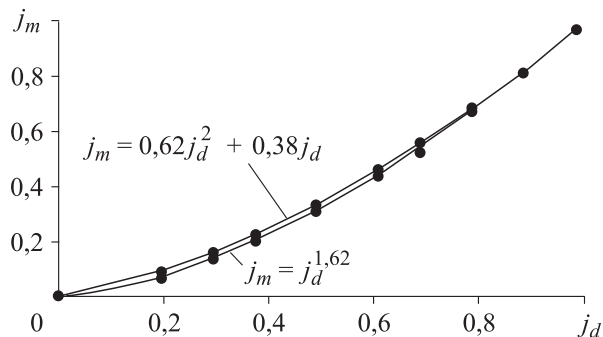


Рис. 1. Графики и формулы зависимости j_m от j_d . Точки — данные наблюдений.

затем строим графики зависимости j_d от j_m и находим их аппроксимации в полиномиальной и степенной форме (см. рис. 1).

Достоверность аппроксимации для всех вариантов высокая ($R^2 \geq 0,998$). Численные коэффициенты полинома практически равны константам ЗС ($A = 0,62$ и $B = 1 - A = 0,38$). Хорошее совпадение с фактическими данными дает также формула степенного вида с показателем степени $q = 1 + \Phi$:

$$j_m = j_d^q = j_d^{1,618}. \quad (7)$$

График (см. рис. 1) или формулы вида (5) и (7) можно использовать для приближенного определения обобщенной массы древесной зелени хвойных деревьев в пределах всей таежной зоны. Порода дерева и условия произрастания отражаются в величинах соответственных пар d_{\max} и m_{\max} .

3. На рис. 2 приведены зависимости относительного диаметра j_d от относительного возраста $j_\tau = \tau/\tau_{\max}$ (τ — текущее время, годы; τ_{\max} — возраст дерева) в двух возможных формах кривой этой зависимости: вогнутой и выпуклой. Первая представлена теневыносливой пихтой на Аляске, вторая — теплолюбивой сосной на севере (пос. Нумто) и юге (пос. Караганда) Тюменской области. Величины безразмерного диаметра отложены на оси ординат, безразмерного времени — на оси абсцисс, размерного времени — на верхней горизонтальной оси. Начало отсчета на графиках *a*, *б*, *в* — 1578, 1579 и 1770-й годы соответственно. Кривыми показан многолетний ход j_d по данным наблюдений (толстые линии) и его аппроксимации (тонкие линии). Из-за высокой достоверности аппроксимирующих формул ($R^2 > 0,99$) они почти сливаются. Формулы аппроксимации при обработке данных в относительном виде представляют собой полином 2-й степени с коэффициентами, близкими к ЗС. (На рис. 2 кружками обозначены j_d , вычисленные по полиномиальной формуле вида (6) с коэффициентом A , равным 0,618 для вогнутой кривой и $-0,618$ для выпуклой.)

В [16] приведены данные об удельной продуктивности сосны (P , %) в зависимости от возраста (τ , лет) в Приангарье, показывающие уменьшение P от 8,6 до 0,8 % при увеличении возраста от 15 до 150 лет. Для одинаковой направленности изменения обеих переменных в расчет принималась не

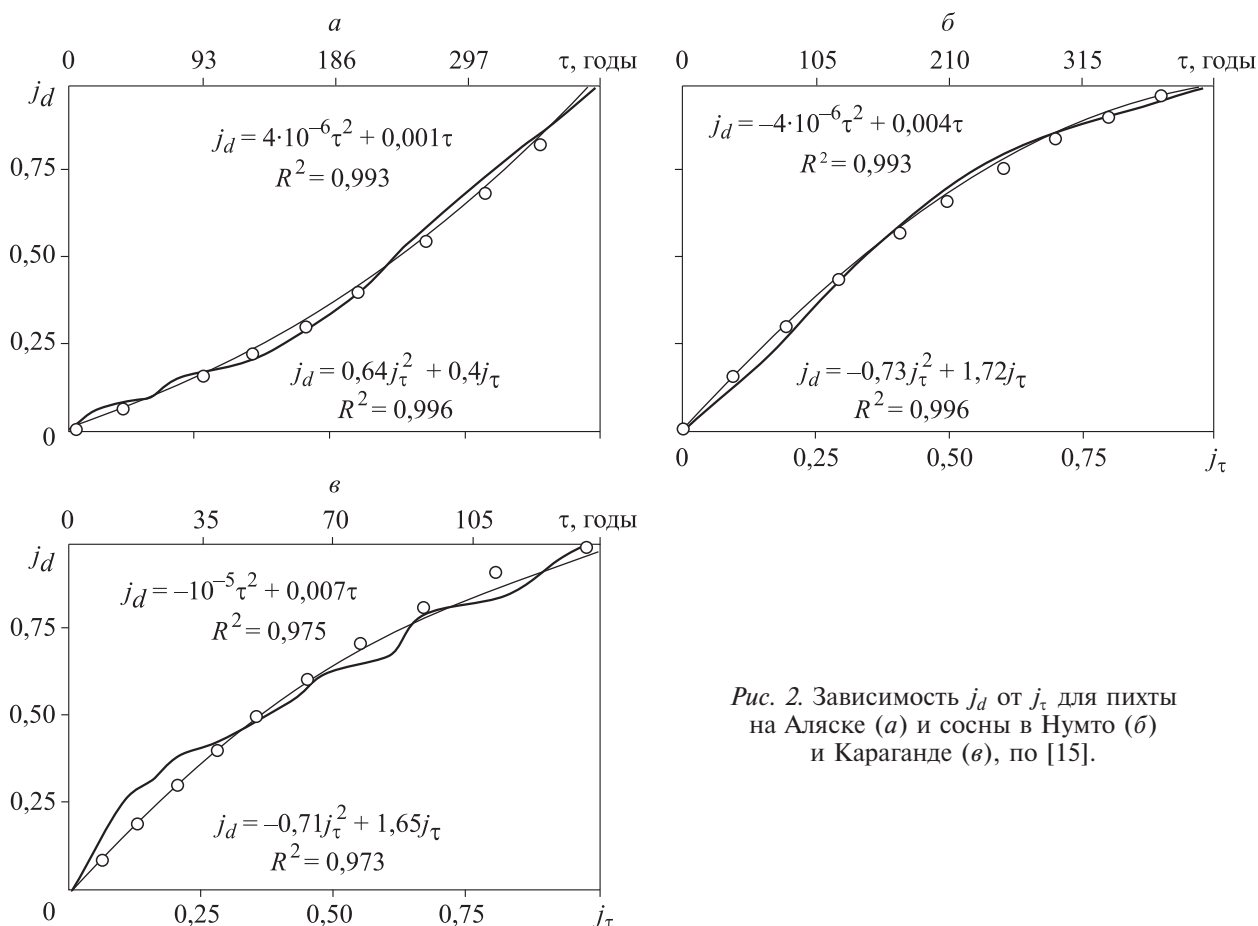


Рис. 2. Зависимость j_d от j_τ для пихты на Аляске (а) и сосны в Нумто (б) и Караганде (в), по [15].

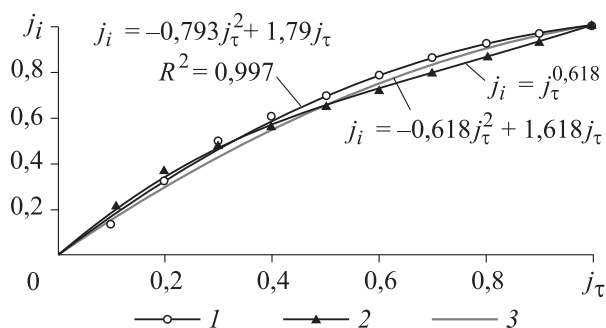


Рис. 3. Зависимость j_i от j_τ .

продуктивность, а ее потери с возрастом: $I = 8,6 - P$. Тогда относительные величины возраста и потери продуктивности (j_τ и j_i), определяемые формулой (1), приобретают вид: $j_\tau = (\tau - 15)/(115 - 15)$ и $j_i = (8,6 - P)/(8,6 - 0,8)$. На рис. 3 приведены графики функции j_i от j_τ по фактическим данным (кривая 1) и рассчитанные по степенной и полиномиальной формулам ЗС

(кривые 2 и 3), которые показывают, что зависимость j_i от j_τ достаточно хорошо описывается обеими формулами. Выражения временной зависимости относительной потери продуктивности и диаметра ствола практически совпадают (можно сравнить с рис. 2, б, в), т. е. с увеличением размеров дерева растет и его износ.

Из анализа графиков следует, что, как правило, и вогнутые, и выпуклые кривые подчиняются полиномиальной и степенной зависимостям вида (6) и (7), коэффициенты которых A , B и q совпадают с константами ОЗС: у вогнутых кривых $A = \Phi_n$, $B = 1 - \Phi_n$, $q = 1 + \Phi_n$; у выпуклых $A = -\Phi_n$, $B = 1 - \Phi_n$, $q = \Phi_n$. Причем во многих случаях величина Φ_n близка к $\Phi_2 = 0,62$.

Степенные формулы типа (7) сводятся к линейным общего вида $\ln(y) = q \ln(x)$, поэтому, несмотря на меньшую точность по сравнению с полиномиальными, они удобней для расчетов и экономичней, поскольку для определения неизвестного постоянного q достаточно знать всего одну (любую) пару соответственных размерных значений y и x , тогда $q = \ln(y)/\ln(x)$.

4. Взаимозависимости между размерными величинами фитомассы и диаметра ствола деревьев в сосновых молодняках Приангарья детально исследованы в [17]. Получены их количественные выражения, найдены значения численных коэффициентов в этих выражениях для дерева в целом и его фракций (ствола, ветвей, хвои, корней) при разной густоте насаждений ($G = 100, 180, 400, 700, 900$ тыс. стволов на гектар). Установлено [17], что при любой густоте фитомасса с увеличением диаметра ствола растет; максимальный запас фитомассы наблюдается при густоте насаждений 700 тыс. стволов на гектар (G_{700}), с понижением и повышением густоты относительно этой величины фитомасса убывает. Относительные величины фитомассы j_m разных фракций дерева и дерева в целом при одинаковых величинах относительного диаметра ствола j_d мало отличаются друг от друга.

Примеры графиков зависимости j_m от j_d , рассчитанных по размерным данным [17] с помощью формулы (1), представлены на рис. 4. Кривые с высокой достоверностью ($R^2 > 0,99$) аппроксимированы как полиномиальными, так и степенными формулами, дающими близкие результаты. Сумма численных коэффициентов полиномов A и B равна единице, что является признаком ОЗС. В то же время нижняя кривая на левом графике и обе кривые на правом аппроксимируются полиномом, у которого, в отличие от ранее рассмотренных аналогичных (вогнутых) графиков, коэффициент $A > 1$,

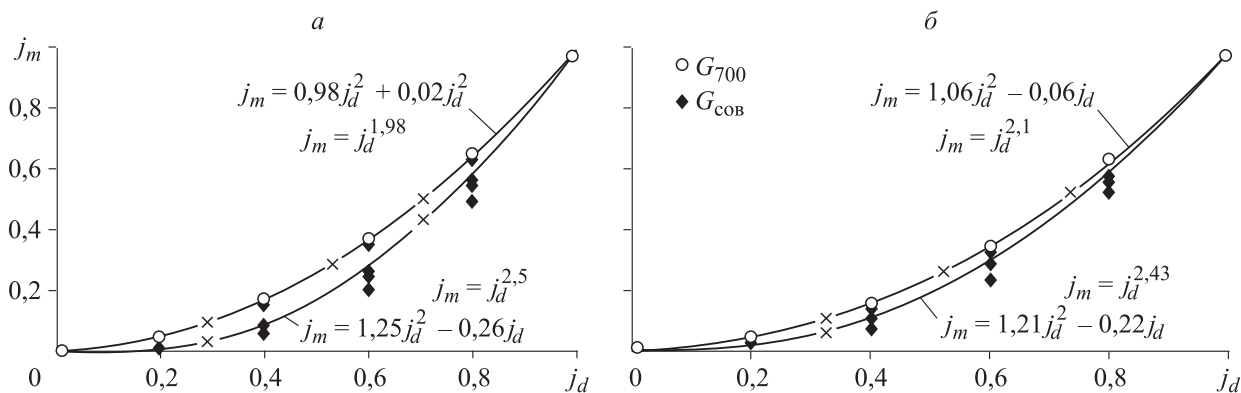


Рис. 4. Зависимость j_m от j_d для хвойной фракции (а) и дерева в целом (б) при G_{700} ($G = 700$) и $G_{сов}$ (вся совокупность G).

Крестиками показаны результаты расчетов по степенным формулам.

а B имеет отрицательный знак. Для устранения этого несоответствия нужно разделить обе части уравнений на A , тогда получается стандартное соотношение констант в ОЗС. Например, для суммы коэффициентов нижней кривой (см. рис. 4, а) получаем: $0,8 \approx 1 + (-0,18)$, откуда $1 \approx 0,8 + 0,18$. Величина коэффициента q в степенных формулах в этом случае также изменяется, он становится равным $2A$, а не $A + 1$, как в предыдущих примерах.

ВЫВОДЫ

Графики взаимосвязей параметров большинства природных систем и процессов, в частности климатических и геоботанических, выраженных в относительном виде, представляют собой монотонные кривые, изменяющиеся от 0 до 1. Их уравнения, как правило, имеют двухчленный полиномиальный или (что проще, но менее точно) степенной вид, а входящие в них численные коэффициенты близки к членам последовательности обобщенных золотых сечений (ОЗС), преимущественно ко второму: $\Phi_2 = 0,62$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гомология и гомотопия географических систем / Под ред. А. К. Черкашина, Е. А. Истоминой. — Новосибирск: Акад. изд-во «Гео», 2009. — 350 с.
2. Крауклис А. А., Евдокимова В. Н. Опыт количественного описания натурной модели // Природные режимы и топогеосистемы Приангарской тайги. — Новосибирск: Наука, 1975. — С. 246–269.
3. Черкашин А. К., Солодянкина С. В. Моделирование высотной структуры ландшафтных геомов Прибайкалья // География и природ. ресурсы. — 2011. — № 2. — С. 141–148.
4. Сороко Э. М. Структурная гармония систем. — Минск: Наука и техника, 1984. — 265 с.
5. Стахов А. П. Роль «Золотого Сечения» и «Математики Гармонии» в преодолении «стратегических ошибок» в развитии математики // Академия Тринитаризма. — М.: Эл. — № 77–6567, публ. 14688, 12.01.2008.
6. Михеев В. С., Черкашин А. К. Ландшафтный синтез географических знаний. — Новосибирск: Наука, 2001. — 263 с.
7. Коновалов А. А., Иванов С. Н. Климат, фитопродуктивность и палиноспектры: связи, распределение и методика палеореконструкций. — Новосибирск: Акад. изд-во «Гео», 2007. — 130 с.
8. Коновалов А. А. Золотое сечение как показатель устойчивости компонентов системы: Пленар. докл. на Первом Междунар. конгрессе по Математике гармонии (Одесса, октябрь 2010). — <http://sites.google.com/site/harmonymathkongress/speeches>
9. Кошкин Н. И., Ширкевич М. Г. Справочник по элементарной физике. — М: Наука, 1974. — 256 с.
10. Исаченко А. Г. Ландшафтоведение и физико-географическое районирование. — М.: Высш. шк., 1991. — 366 с.
11. Будыко М. И. Климат и жизнь. — Л.: Гидрометеиздат, 1971. — 471 с.
12. Физико-географический атлас Мира / Под ред. И. П. Герасимова. — Л.: Гидрометеиздат, 1964. — 275 с.
13. Справочник по климату СССР. — Л.: Гидрометеиздат, 1965. — Вып. 17, ч. 2. — 275 с.
14. Бобкова К. С., Тужилкина В. В., Робакидзе Е. А. Ресурсная характеристика древесной зелени *Pinus sylvestris* (*Pinaceae*) в лесах северо-востока Европейской России // Растит. ресурсы. — 2008. — Т. 44, вып. 1. — С. 51–59.
15. Коновалов А. А., Арефьев С. П. Деформационная модель радиального роста древесных растений и ее аналитические возможности // Сиб. экол. журн. — 2010. — № 2. — С. 144–151.
16. Артемьева А. В., Бузыкин А. И., Исмагилов А. М., Кофман Г. Б. Оценка продуктивности древостоя // Факторы продуктивности леса. — Новосибирск: Наука, 1989. — С. 129–146.
17. Пшеничникова Л. С. Продуктивность сосновых молодняков разной густоты // Факторы продуктивности леса. — Новосибирск: Наука, 1989. — С. 36–52.

Поступила в редакцию 12 октября 2012 г.